

Versuch 22: Elektronenbeugung durchgeführt am 18.06.2004

Zielsetzung:

Der Versuch hat das Ziel, durch Beugung von Elektronen an einer Graphitfolie aus deren Impuls $\mathbf{p}$ und der de-Broglie-Wellenlänge λ das Plancksche Wirkungsquantum $\mathbf{h}$ zu ermitteln und mit dem theoretischen Wert zu vergleichen.

Theoretischer Hintergrund:

Nach *de Broglie* besitzen alle Teilchen auch Welleneigenschaften, weswegen ihnen eine Wellenlänge λ zuzuordnen ist, die über das Plancksche Wirkungsquantum mit dem Impuls verknüpft sind:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Im beschriebenen Versuch wird in einer evakuierten Glasröhre ein Elektronenstrahl erzeugt, welcher an einem polykristallinen Graphitfilm gebeugt wird und auf einer fluoreszierenden Detektionsschicht der Röhre zwei Interferenzringe sichtbar macht.

Bei der Beugung von Wellen an parallelen Ebenen mit dem Ebenenabstand $\mathbf{d}$ und dem Beugungswinkel θ tritt ein Gangunterschied von

$$\Delta = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$$

zwischen zwischen zwei an benachbarten Ebenen gebeugten Strahlen auf. Damit sich die Welle nicht selbst auslöscht, muss nach *Bragg* der Gangunterschied gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge sein:

$$2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \stackrel{!}{=} n \cdot \lambda$$

Nur unter diesen Bedingungen sind Beugemuster erkennbar.

Da die Ebenen vom Atomgitter eines polykristallinen Festkörpers gebildet werden, sind in der Probe alle Orientierungen von Gitterebenen vorhanden, weswegen die Beugemuster im beschriebenen Versuch *als Ringe* erscheinen.

Um anhand der Durchmesser der Interferenzringe auf die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen schließen zu können, bedient man sich folgender mathematischer Zusammenhänge:

$$\cos(2\theta) = \frac{l}{D}$$

$$\sin(2\theta) = \frac{r}{l}$$

mit dem Ringradius $\mathbf{r}$ und dem Weg der gebeugten Welle $\mathbf{l}$.

$\mathbf{D}$ beträgt bei der verwendeten Röhre 127 mm = 0,127 m.

Elimination von **l** aus den Gleichungen liefert

$$D \cdot \sin(2\theta) \cdot \cos(2\theta) = r$$

und damit

$$D \cdot \sin(4\theta) = r$$

was sich mit der Bragg-Bedingung umformt zu

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\left(\frac{1}{4} \cdot \arcsin\left(2 \frac{r}{D}\right)\right)$$

womit die Wellenlänge ausgehend vom Radius der Interferenzringe berechnet werden kann. (**d₁ = 213 pm, d₂ = 123 pm**)

Im beschriebenen Versuch werden die Elektronen einer Hochspannung U ausgesetzt und so beschleunigt. Ihre kinetische Energie beträgt

$$E_{kin} = e_0 \cdot U$$

mit der Elementarladung e. Da die kinetische Energie mit dem Impuls korreliert nach

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m_0}$$

mit der Elektronenmasse m, erhält man für den Impuls p der Elektronen:

$$p = \sqrt{2m_0 \cdot e_0 \cdot U}$$

Aus der Multiplikation von **p** und **λ** kann damit das Plancksche Wirkungsquantum **h** berechnet werden. Der Literaturwert beträgt $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Js.

Durchführung und Auswertung:

Die Elektronen wurden zunächst einer Spannung von 4 kV ausgesetzt, wobei dann schrittweise nach Vermessen der beiden Ringe in Schritten von 1 kV auf insgesamt 12 kV Endspannung erhöht wurde.

(mithilfe einer Schublehre wurde stets von Mitte zu Mitte der Kreislinien gemessen)

Ergebnistabelle: siehe nächste Seite

Folgende Ergebnisse wurden erhalten:

Spannung [V]	Φ innen [m]	Φ aussen [m]	$p(\text{elektron})$ [kg*m/s]	λ innen [m]	λ aussen [m]	$p*\lambda$ innen [kg*m ² /s]	$p*\lambda$ aussen [kg*m ² /s]
4000	0,0242	0,0420	3,42E-23	2,04107E-11	2,07E-11	6,97E-34	7,07E-34
5030	0,0212	0,0366	3,83E-23	1,78563E-11	1,80E-11	6,84E-34	6,88E-34
6000	0,0190	0,0336	4,18E-23	1,59894E-11	1,65E-11	6,69E-34	6,89E-34
7000	0,0175	0,0315	4,52E-23	1,47191E-11	1,54E-11	6,65E-34	6,96E-34
8010	0,0168	0,0287	4,84E-23	1,4127E-11	1,40E-11	6,83E-34	6,77E-34
9000	0,0158	0,0273	5,13E-23	1,32819E-11	1,33E-11	6,81E-34	6,83E-34
10020	0,0150	0,0264	5,41E-23	1,26063E-11	1,29E-11	6,82E-34	6,96E-34
11020	0,0143	0,0256	5,67E-23	1,20156E-11	1,25E-11	6,81E-34	7,08E-34
12010	0,0146	0,0250	5,92E-23	1,22687E-11	1,22E-11	7,26E-34	7,21E-34
		Mittelwert h:		6,96E-34			
		Standardabweichung h:		1,38661E-35			

Es errechnete sich ein Mittelwert für **h** von $h = 6,96 \cdot 10^{-34} \pm 1,38 \cdot 10^{-35} \text{ Js}$, was vom Literaturwert um 5,4 % abweicht. Diese Abweichung ist dadurch zu begründen, dass es nicht möglich war, stets exakt die gleichen Anhaltspunkte der Kreise zu vermessen. Durch diese Unschärfe konnte die Abweichung zustandekommen. Abgesehen davon wurde das Ziel des Versuches erreicht, Fehler oder sonstige Unstimmigkeiten wurden nicht gefunden.

v.d.Hoff
Wagner