

## Protokoll zu

### Versuch 25: Zeeman-Effekt

#### 1. Versuchsziel

Durch Beobachtung des Zeeman-Effektes an der roten Linie des Cadmium Atoms soll aus der Abhängigkeit der Aufspaltung von der magnetischen Feldstärke das Bohr'sche Magneton bestimmt werden und dieses mit dem Wert nach Bohr verglichen werden.

#### 2. Theoretische Aspekte

In der Quantenmechanik wird das magnetische Dipolmoment durch

$$|\mu| = \mu_B \sqrt{l(l+1)} \quad \text{mit } l = 0, 1, 2, \dots$$

und seine Komponente in z-Richtung durch

$$\mu_z = \mu_B m \quad \text{mit } m = l, l-1, \dots, -l$$

definiert.

$\mu_B$  bezeichnet man als das Bohr'sche Magneton, welches im Bohr'schen Atommodell fälschlicherweise das magnetische Dipolmoment des 1s Elektrons darstellt (nach der Quantenmechanik ist dieses tatsächlich gleich 0, siehe obige Formeln!):

$$\mu_{1s} = \mu_B = e \cdot \hbar / 2m \quad (\text{nach Bohr})$$

Im Praktikumsversuch sind die Elektronenübergänge zwischen den beiden angeregten Zuständen  $[\text{Kr}]4d^{10}5s^15d^1$  und  $[\text{Kr}]4d^{10}5s^15p^1$  des Cadmiumatoms zu untersuchen.

Da die Auswahlregel 0, +1, -1 für Übergänge zwischen Zuständen mit unterschiedlicher Magnetquantenzahl gilt, ergeben sich insgesamt neun Möglichkeiten des Übergangs, von denen je drei dieselbe Größe besitzen (drei gleich große Übergänge mit Übergang +1, drei mit Übergang 0 und drei mit Übergang -1), so dass daraus schließlich drei sichtbare Linien im Spektrum resultieren, man spricht von einem Triplett.

Für die Berechnung der Energiedifferenz zwischen den jeweiligen Übergängen gilt:

$$E_m = - \mu_B m B \quad (25.1) \quad , \quad \text{wobei } m = \text{Masse des Elektrons}$$

$B = \text{magnetische Feldstärke}$   
 $E_m = \text{Energiedifferenz}$

Die Beobachtung der einzelnen Linien erfolgt mit Hilfe einer sogenannten „Lummer-Gehrcke-Platte“, welche durch Mehrfachreflexion, Brechung und Beugung des Lichts eine optimale optische Auftrennung der Linien nach ihrer Wellenlänge ergibt, die durch folgende Formel beschrieben wird:

$$\delta v = (c \sqrt{n^2 - 1} \delta y) / 2d (n^2 - 1) \Delta y \quad (25.2),$$

mit  $c$  = Lichtgeschwindigkeit =  $3 \cdot 10^8$  m/s

$d$  = Dicke der Platte = 0,00361 m

$n$  = Brechungsindex = 1,4567

$\delta v$  = Frequenzdifferenz

$\delta y$  = Abstand obere oder untere Linie zur Mittellinie des Triplets

$\Delta y$  = Abstand zweier Interferenzlinien des Referenzlichts (unaufgespaltene Linien)

### 3. Versuchsdurchführung

Es wurden die unterschiedlichen Energieaufspaltungen in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke an der Zeeman - Apparatur bestimmt, welche im Wesentlichen aus einer Cadmiumlampe, einer Lummer-Gehrcke-Platte, einer elektrischen Feldspule zur Erzeugung des Magnetfeldes sowie einem Fernrohr zur Beobachtung der Linien besteht.

### 4. Abweichungen vom regulären Versuchsverlauf / Fehler bei der Versuchsdurchführung

Es haben sich weder Fehler bei der Versuchsdurchführung noch etwaige Abweichungen von der Versuchsvorschrift ergeben.

### 5. Ergebnisse, Auswertung und Diskussion

Zunächst muss die Aufspaltung  $\delta y/\Delta y$  durch hyperbolische Interpolation genau bestimmt werden, da die Linienabstände im Gegensatz zum optischen Eindruck nicht linear, sondern hyperbolisch verlaufen:

$$\delta y/\Delta y = [A / (X-B)] + C \quad (25.3),$$

mit  $X$  = Abstand einer Referenzlinie zu einer benachbarten

und  $A, B, C$  = zu bestimmende Konstanten, welche nach dem Schema „drei Unbekannte, drei Gleichungen“ durch Variation von  $X$  mit  $X_{+1}$ ,  $X_{-1}$  und  $X_0$  bestimmt werden können (siehe hierzu auch Skript, S. 25-7).

Da sich die Einheiten alle rauskürzen, wurde in folgenden Rechnungen auf eine Angabe dieser verzichtet:

$$\begin{aligned} C &= (X_{+1} - X_{-1}) / (X_{+1} + X_{-1} - 2X_0) \\ &= (82,4 - 60,4) / (82,4 + 60,4 - 2 \cdot 71,0) \\ &= 27,5 \end{aligned}$$

$$B = [C (X_{-1} - X_{+1}) + X_{+1} + X_{-1}] / 2$$

$$= [27,5 (60,4 - 82,4) + 82,4 + 60,4] / 2 = - 231,1$$

$$A = C (B - X_0) = 27,5 (-231,1 - 71,0) = - 8307,75$$

Durch Einsetzen von A, B und C sowie der gemessenen Linienabstände lässt sich die Aufspaltung direkt bestimmen:

$$\delta y / \Delta y = [A / (X - B)] + C = \dots$$

Tabelle für Aufspaltungen:

<i>Linie</i>	<i>B = 0,245 T</i>	<i>B = 0,350 T</i>	<i>B = 0,455 T</i>	<i>B = 0,560 T</i>
<i>Aufsp. für X<sub>+1</sub></i>	0,09	0,16	0,16	0,20
<i>Aufsp. für X<sub>-1</sub></i>	0,05	0,20	0,23	0,27
<i>Aufsp. Mittelw.</i>	0,07	0,18	0,20	0,24

Aus obigen Werten und über Gleichung (25.2) lässt sich die jeweilige Frequenzdifferenz bestimmen:

$$\delta \nu = (c \sqrt{(n^2 - 1)} \delta y) / 2d (n^2 - 1) \Delta y = 3,9228 * 10^{10} * (\delta y / \Delta y)$$

Tabelle für Frequenzdifferenzen:

<i>Magnetfeldstärke B in mT</i>	<i>Frequenzdifferenz Δν in Hz</i>
245	2,75 * 10 <sup>9</sup>
350	7,06 * 10 <sup>9</sup>
455	7,85 * 10 <sup>9</sup>
560	9,41 * 10 <sup>9</sup>

Mit den Energiedifferenzen lässt sich das Bohr'sche Magneton über Gleichung 25.1 berechnen bzw. graphisch durch lineare Regression lösen:

A) Rechnerische Lösung

Zusammenfassende Ergebnistabelle:

$$\Delta E_m = - \mu_B m B \rightarrow \mu = - \Delta E / mB = - \Delta h \nu / mB$$

$$\mu_{245} = 7,41 * 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$$

$$\mu_{350} = 1,33 * 10^{-23} \text{ J T}^{-1}$$

$$\mu_{455} = 1,14 * 10^{-23} \text{ J T}^{-1}$$

$$\mu_{560} = 1,11 * 10^{-23} \text{ J T}^{-1}$$

Mittelwert:  $\mu = 1,08 * 10^{-23}$  (vgl.  $\mu = 9,27 * 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$  für Literaturwert)

---> Fehler: 19,74 % !

*B) Graphische Lösung*

Diagramm:

Siehe beigefügtes Millimeterpapier!

Steigung  $j = - \mu_B m / h$

--->  $\mu_B = - j h / m = 1,7 * 10^{10} * 6,6 * 10^{-34} \text{ J T}^{-1} = 1,122 * 10^{-23} \text{ J T}^{-1}$

---> Fehler: 21 %

### **Diskussion der Ergebnisse:**

Betrachtet man die Fehler bezüglich dem Literaturwert, so findet man eine Abweichung von durchschnittlich 20 %. Die im Skript vorgegebene Fehlergrenze von 5 % konnte hiermit nicht erreicht werden. Ursache hierfür sind wohl ungenaue Ablesungen an der Messuhr bzw. beim Betrachten der Linienaufspaltungen durch das Fernrohr.

München, den 15.05.04

Daniel Meyer / Abdullah Atamer