

# Zeemaneffekt

In einem Atom besitzen die Elektronen, da sie sich um den Kern bewegen, einen Drehimpuls, den Bahndrehimpuls. Zusätzlich zu diesem wird ein weiterer Impuls eingeführt, der die Eigenrotation des Elektrons um seine Achse beschreibt, den Elektronenspin. Beides sind gequantelte Grössen, allerdings mit dem Unterschied, dass es für den Bahndrehimpuls viele Zustände geben kann, abhängig davon, in welchem Orbital sich das Elektron befindet. Der Spin kann nur zwei Werte annehmen,  $+\frac{1}{2}$  oder  $-\frac{1}{2}$ . Da es sich bei dem Elektron um eine bewegte Ladung handelt muss mit dem Drehimpuls ein magnetisches Moment verbunden sein. Es ist dem Drehimpuls entgegen gerichtet und, wie dieser auch, gequantelt. Die Quantelung wird quantitativ über das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  beschrieben. Wie der Stern – Gerlach - Versuch zeigt resultiert aus dem Elektronenspin ein überproportional grosses magnetisches Moment. Zur Quantitativen Beschreibung dieses Effektes wurde das gyromagnetische Verhältnis  $g$  eingeführt, ein Faktor, mit dem zusätzlich multipliziert wird und das Verhältnis von magnetischem Moment zum Drehimpuls widerspiegelt. Für das Elektron hat  $g$  den Wert  $g = 2$ . Die beschriebenen Drehmomente, bzw. magnetischen Momente wechselwirken im Atom miteinander und kombinieren zu einem nach aussen hin sichtbaren Gesamtmoment. Man unterscheidet hierbei in Atom mit ungepaartem Spin und Atome mit gepaartem Spin. Sind die Spins gepaart, so hebt sich das magnetische Spinnmoment gegenseitig auf und der Gesamtspin resultiert aus den Bahnmomenten. Bei ungepaartem Spin kommt es zu Spin – Bahn – Kopplung, was dazu führt, dass zum Beispiel das p – Orbital des Natriums in zwei Zustände aufgespalten ist. Die spektroskopischen Übergänge aus diesen beiden Energieniveaus in das s – Orbital erzeugen die bekannte Natrium – Doppellinie.

Legt man ein äusseres Magnetfeld an ein Atom an, so spalten die einzelnen Orbitale, abhängig von ihrem magnetischen Moment, in energetisch verschiedene Zustände auf. Die Übergänge zwischen diesen Zuständen führen zu zwei spektroskopisch verschiedenen Beobachtungen:

Bei ungepaartem Spin beobachtet man den anomalen Zeemaneffekt. Bei diesem spaltet jedes der durch Spin – Bahn - Kopplung entstandenen Energieniveaus nochmals auf, was zu einer grossen Fülle an Übergangsmöglichkeiten im Atom führt.

Beim normalen Zeemaneffekt, der Atomen mit gepaartem Spin beobachtet wird, spaltet jedes Orbital in genau so viele Energiezustände auf, wie es magnetische Quantenzahlen hat. So spaltet das p – Orbital in drei, das d – Orbital in 5 Zustände auf. Die Grösse der Aufspaltung ist abhängig von der Stärke des angelegten Magnetfeldes.

Im folgenden Versuch wird das Licht einer Cadmiumlampe untersucht. Man beobachtet eine Linie, die aus dem Übergang eines Elektrons aus einem 5d - in ein 5p – Orbital. Bringt man die Probe in das Magnetfeld, so spaltet die eine Linie in drei auf. Da Cd ein Atom mit gepaartem Spin darstellt resultiert die Beobachtung aus dem normalen Zeemaneffekt. Aus den 5 d – Zuständen sind nach den Auswahlregeln insgesamt 9 Übergänge in die 3 tiefer liegenden p – Zustände erlaubt, von denen aber jeweils drei Übergänge energetisch gleich sind. Man beobachtet also die Emission von Licht dreier Energien, also Frequenzen, quantitativ beschrieben nach der Formel:

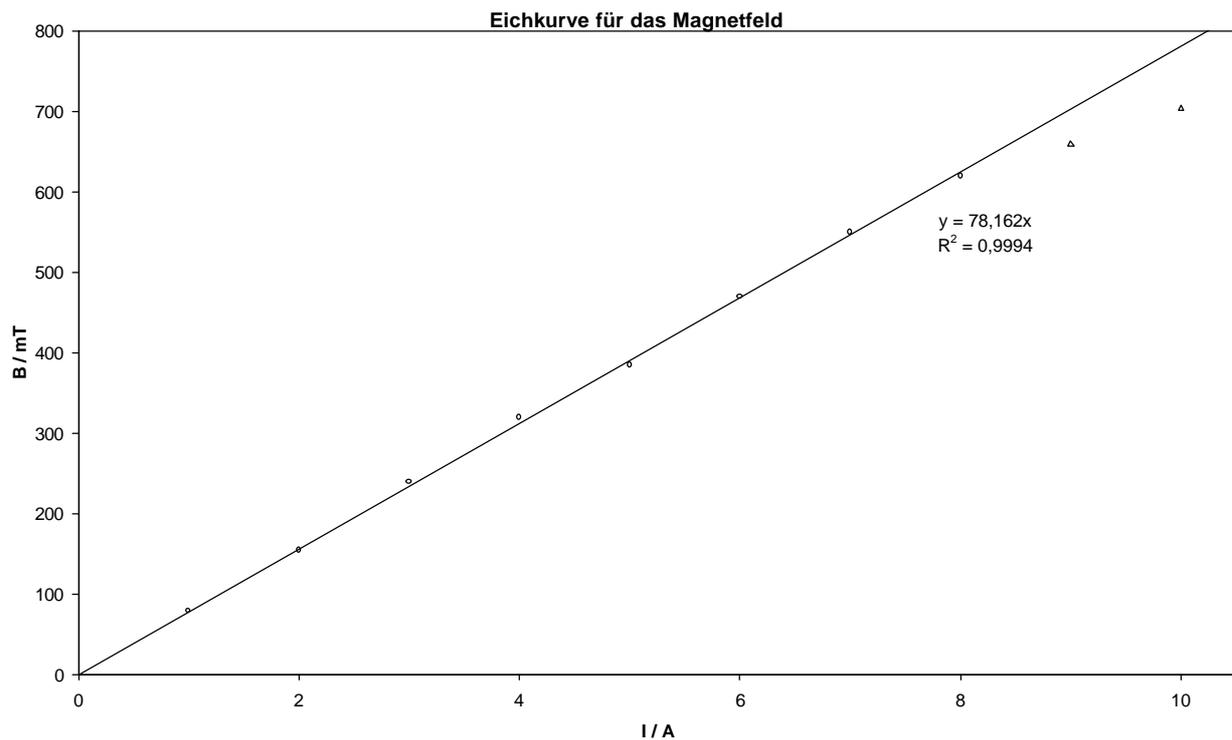
$$\nu = \nu_{B=0} + \mu_B B \Delta m$$

$\Delta m$  kann die Werte  $\Delta m=0$  und  $\Delta m=\pm 1$  annehmen. Daraus erkennt man, dass der Übergang für  $m=0$  dieselbe Frequenz aufweist wie der Übergang von d nach p ohne Magnetfeld.

Im folgenden wurden mittels einer Lummer – Gehrke – Platte die Linienabstände der drei Linien in Abhängigkeit der Magnetfeldstärke vermessen. Hierzu wurde zunächst eine Eichkurve für die Magnetfeldstärke in Abhängigkeit der angelegten Stromstärke aufgestellt:

I / A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B / mT	80	155	240	320	385	470	550	620	660	705

Daraus resultiert folgende Kurve:



Wie man erkennt weichen die beiden letzten Werte von dem linearen Verlauf ab, für die Aufspaltung bei  $I = 10\text{A}$  wird mit dem direkten Wert  $B(10\text{A}) = 705\text{mT}$  gearbeitet, für den Bereich von  $0\text{-}8\text{A}$  wird die Geradengleichung  $B(I) = 78,162\text{mT}/\text{A} \cdot I$  zur Berechnung der Feldstärke durch Einsetzen des angelegten Stromes herangezogen.

Beim Vermessen der Linien wurde vor jeder Messung die Position der nicht aufgespaltenen Linie bestimmt, sowie die Position der nicht aufgespaltenen Nachbarlinien. Dann wurde das Magnetfeld angelegt und die Aufspaltung der mittleren Linie vermessen.

Messprotokoll:

I / A	UNAUFGESPALTET			AUFGESPALTET (MITTE)	
	UNTEN $X_{+1}$	MITTE $X_0$	OBEN $X_{-1}$	UNTERE X(I)	OBERE X(II)
2,25	5,3100	5,1300	4,9700	5,1400	5,1250
4,00	5,3025	5,1275	4,9675	5,1500	5,1150
6,00	5,3025	5,1275	4,9625	5,1550	5,1000
8,00	5,2875	5,1175	4,9575	5,1575	5,0875
10,00	5,2700	5,1100	4,9400	5,1550	5,0750

Die unaufgespaltenen Linien oben und unten dienen als Referenzlinien. Im Verhältnis zu ihnen wird die Position der aufgespaltenen Linien oben und unten bestimmt. Für die Frequenzdifferenz des Lichtes gilt dann folgendes:

$$\delta\nu = c(n^2-1) / 2d(n^2-1) * \delta y/\Delta y$$

$d$  ist die Plattendicke mit  $d=0,00361\text{m}$ ,  $n$  der Brechungsindex des Plattenmaterials mit  $n=1,4567$ . Mit  $\delta y$  wird der Abstand der zu vermessenden Linie zur unaufgespaltenen Linie beschrieben, mit  $\Delta y$  der Abstand der beiden Referenzlinien voneinander. Da die Abstände der Linien einer annähernd

hyperbolischen Gesetzmässigkeit unterliegen wird das Verhältnis  $\delta y/\Delta y$  durch hyperbolische Interpolation zwischen den Referenzlinien ermittelt:

$$\delta y/\Delta y = A / (X-B) + C$$

mit

$$A = C (B-X_0)$$

$$B = [C (X_{-1} - X_{+1}) + X_{+1} + X_{-1}] / 2$$

$$C = (X_{+1} - X_{-1}) / (X_{+1} - X_{-1} - 2X_0)$$

Hierbei gilt für die Variablen:

X	Position der zu vermessenden Linie
X <sub>0</sub>	Position der mittleren Referenzlinie
X <sub>+1</sub>	Position der weiter entfernten, benachbarten Referenzlinie
X <sub>-1</sub>	Position der näher liegenden, benachbarten Referenzlinie

Aus dem Messprotokoll ergeben sich dann folgende Werte:

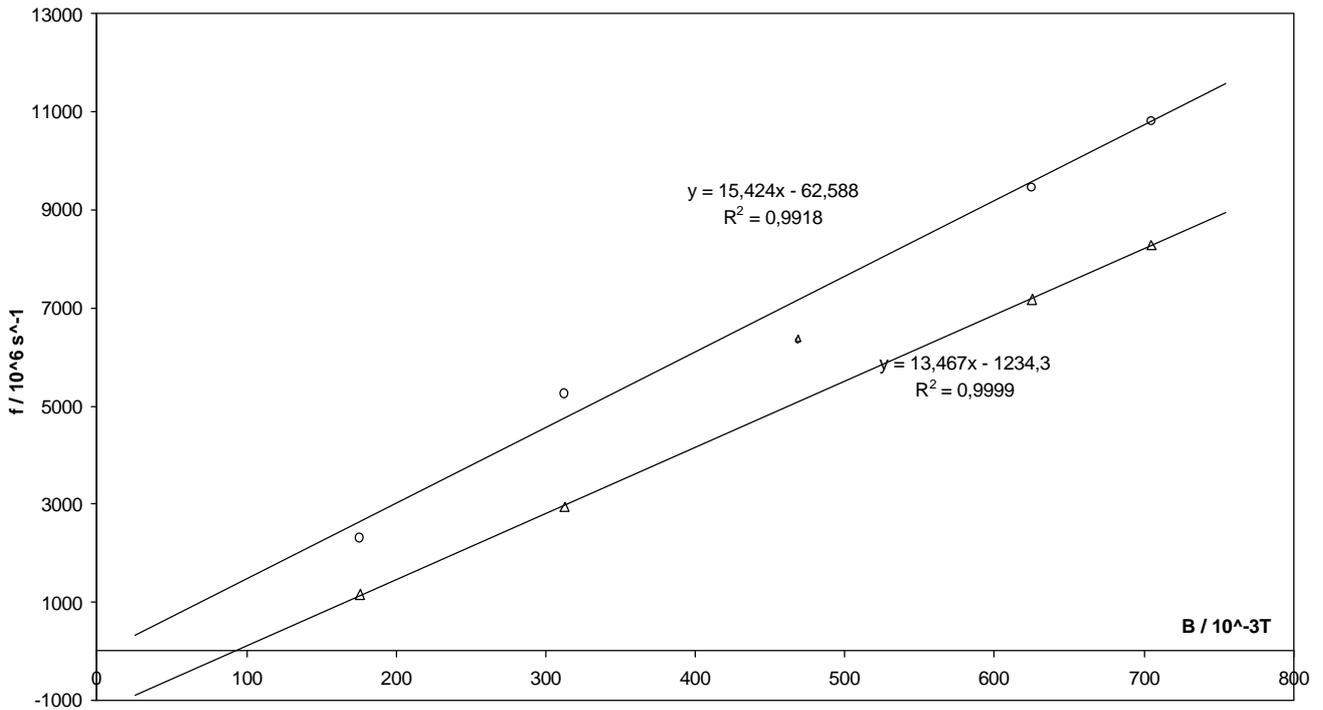
I / A	B / mT	C	B	A
2,25	175,8645	17	0,00225	-0,04896
4	312,648	22,33333333	0,001394167	-0,08337778
6	468,972	34	-0,0006475	-0,19635
8	625,296	33	-0,0003225	-0,17952
10	705	-33	0,01055	-0,17952

I / A	B / mT	dy/Dy (I)	dy/Dy (II)	Df(I)*10 <sup>6</sup>	Df(II)*10 <sup>6</sup>
2,25	175,8645	0,058823529	0,029565217	2307,509869	1159,774525
4	312,648	0,133791879	0,075027996	5248,343391	2943,173282
6	468,972	0,161137441	0,162679426	6321,045991	6381,53447
8	625,296	0,240875912	0,182994455	9449,000266	7178,445673
10	705	0,275254866	0,210958904	10797,60642	8275,425804

Aus diesen Tabellen lassen sich für die obere sowie die untere Linie zwei Geraden aufstellen, aus deren Steigungen sich zweimal das Bohrsche Magneton berechnen lässt.

Im Diagramm erkennt man, dass die dritte Messung stark fehlerbehaftet ist, beide Werte weichen von der jeweiligen Messreihe ab und werden deshalb zum Aufstellen der Regressionsgeraden nicht herangezogen.

### Bestimmung des Bohrschen Magnetons



#### Auswertung der Geradensteigungen:

$$m_1 = 15,424 \cdot 10^9 \text{ 1/sT}$$

$$\begin{aligned} \mu_B(1) &= 15,424 \cdot 10^9 \text{ 1/sT} \cdot 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ \mathbf{m_B(1)} &= \mathbf{10,2201 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2} \end{aligned}$$

$$m_2 = 13,467 \cdot 10^9 \text{ 1/sT}$$

$$\begin{aligned} \mu_B(2) &= 13,467 \cdot 10^9 \text{ 1/sT} \cdot 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ \mathbf{m_B(2)} &= \mathbf{8,9233 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2} \end{aligned}$$

#### Berechnung des theoretischen Wertes:

$$\begin{aligned} \mu_B(\text{theo}) &= e_0 h / 4\pi m_e \\ &= 9,2740 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \end{aligned}$$

#### Abweichung vom theoretischen Wert:

$$\mathbf{m_B(1): \quad 10,20\%}$$

$$\mathbf{m_B(2): \quad 3,78\%}$$